

# ALFRED TARSKI

## LA NOZIONE DI VERITÀ IN LOGICA (DA CASALEGNO)

Innanzitutto, per Tarski verità e falsità si predicano di enunciati; inoltre, un enunciato è vero o falso solo in quanto appartiene ad un certo linguaggio. Il linguaggio cui l'enunciato appartiene è il linguaggio-oggetto, mentre il linguaggio tramite il quale si formula l'attribuzione di verità (o falsità) è il metalinguaggio.

Una condizione necessaria e sufficiente per la verità di un enunciato è:

L'enunciato "la neve è bianca" è vero in italiano se e solo se la neve è bianca.

Più in generale vale lo schema seguente:

1. L'enunciato N è vero in L se e solo se E

dove E è un enunciato di L (che è il linguaggio-oggetto), e N è il suo nome costruito col sistema delle virgolette (ponendo un enunciato tra virgolette se ne fa un nome).

Le infinite frasi generate dallo schema (1) fissano, nel loro insieme, l'estensione del predicato "vero" riferito agli enunciati di L (ossia, non per il linguaggio in generale, ma per un particolare L). Una eventuale definizione della verità per L deve rispondere a questa semplice ed intuitiva formula d'adeguatezza; la nozione di verità; cioè, che risulterebbe da tale definizione dovrebbe avere la stessa estensione della suddetta definizione intuitiva e, per avere la certezza che sia così, bisogna esigere che, a partire dalla definizione gli infiniti casi particolari dello schema (1) siano deducibili per via puramente logica. Abbiamo così la **Convenzione-V:**

**Convenzione-V:** Sia L un linguaggio qualsiasi. Affinché una definizione di "vero in L" sia adeguata occorre che, a partire da essa, siano deducibili per via puramente logica tutte le frasi che si ottengono dallo schema

(\*) L'enunciato N è vero in L se e solo se X  
sostituendo a "N" il nome di un enunciato E di L e a "X"  
E stesso qualora L sia (parte del) l'italiano o, in caso  
contrario, la traduzione di E in italiano (e in questo caso  
l'italiano corrisponde al metalinguaggio).

A questo punto, dato un qualsiasi linguaggio, si possono fornire delle condizioni per formare enunciati appartenenti al linguaggio in questione [**IO**: Sono le famose condizioni per gli enunciati ben formati presenti anche nel Lemmon]. Tali regole consentono di evincere se un enunciato appartiene ad un certo linguaggio L, e trattano quindi tutti i simboli del linguaggio stesso e le loro combinazioni. Ovviamente, tali definizioni, prototipizzando gli enunciati di L, non dovrebbero contenere l'espressione "enunciato di L", poiché questo è proprio ciò che è da definire. Invece, le regole presentate da Casalegno contengono tale espressione. Tuttavia, Frege aveva già trovato a suo tempo un modo per ridurre questo tipo di espressioni a definizioni vere e proprie. Il problema quindi è risolto. Le definizioni in cui compare anche il termine da definire (come appunto nel nostro caso) sono dette **definizioni induttive**. Ora dato un linguaggio L conosciuto, e date le definizioni induttive per costruire enunciati in questo linguaggio, si può costruire una definizione di "vero in L" semplicemente

costruendo tante clausole quante sono le regole per costruire enunciati. Ovviamente tale definizione deve avere la forma dello schema (\*) della Convenzione-V.

Abbiamo dunque una definizione induttiva di “Vero in L”, costituita da un insieme di clausole. Ebbene, queste clausole possono a loro volta essere intese come assiomi governanti l’uso del termine “Vero in L”, una interpretazione questa del metodo di Tarski cui però lo stesso autore non prestò molta attenzione; tuttavia, alcuni autori che hanno sostenuto la possibilità di applicare il metodo di Tarski alle lingue naturali hanno appunto preferito questa interpretazione alle altre.

Oltre che come clausole di una definizione induttiva, le regole in questione possono essere considerate anche come assiomi purché si interpreti come assioma anche l’asserto che dice: un enunciato  $d$  di  $L$  (l’ $L$  in questione) è vero in  $L$  se e soltanto se è soddisfatto da tutte le assegnazioni (vd. oltre per “soddisfacimento”).

Casalegno fa due esempi, con due linguaggi differenti:  $L'$  e  $L''$ ; il secondo si differenzia dal primo per la presenza di variabili e quantificatori. E le variabili pongono un problema. Infatti, la presenza in  $L'$  di sole costanti individuali permetteva l’analisi degli enunciati tramite le tavole di verità, ossia tramite la riconduzione di un enunciato complesso ad enunciati atomici. Invece, le variabili fondamentalmente non denotano nulla, e quindi di una espressione  $Px$  (dove  $x$  è una variabile) non possiamo dire né che è vera né che è falsa. È quindi difficile dire che  $\varphi xPx$  è una funzione di verità dei suoi costituenti (il costituente in questione è appunto  $Px$ ). La risposta di Tarski a questo problema sta nella nozione di **soddisfacimento**. Si soddisfa cioè una formula tramite un’assegnazione di valori alle variabili in essa presenti. Se  $P$  è “presidente”, e la formula è  $\varphi xPx$ , allora essa sarà soddisfatta per  $x=Ciampi$ , non soddisfatta per  $x=Bostro$ . (Ricordati che lo scopo del discorso<sup>1</sup> è la formulazione di una serie di regole determinanti la costruzione di un enunciato, affinché esso appartenga ad un certo  $L$ , il che significa che tale enunciato, in  $L$ , può essere vero o falso; a pag. 105 del libro di Casalegno c’è un esempio che in proposito è significativo).

QUESTIONE: perché per Tarski metalinguaggio e linguaggio-oggetto devono essere per principio distinti? Perché, in caso contrario, la Convenzione-V può portare a dei paradossi il cui modello per eccellenza è quello classico del mentitore. Ad esempio: pag. 108 del libro. Il problema nell’esempio nasce dal fatto che in 14 l’enunciato è sostituito con lo stesso non virgolettato, con cioè la sua denotazione. Questo però è possibile solo se metalinguaggio e linguaggio-oggetto sono identici. Per questo, ossia per evitare paradossi di questo tipo, i due devono essere PRESUPPOSTI differenti. La qual cosa implica un fatto non secondario: che il “vero” che qui usiamo non è un predicato di verità del linguaggio-oggetto; ossia, nessuna lingua può contenere un predicato di verità per se stessa. Il predicato “vero” appartiene solo al metalinguaggio, perché i due linguaggi non sono in alcun modo identificabili.

Dalla distinzione fra linguaggio-oggetto e metalinguaggio seguono alcuni corollari:

- 1) non solo il metalinguaggio deve essere distinto dal linguaggio-oggetto, ma non può neppure essere traducibile in esso. Altrimenti, il linguaggio-oggetto (consistente nel

---

<sup>1</sup> Il problema nell’analisi logica del linguaggio non sta nel fatto che alcuni ragionamenti linguistici sono difficilmente formalizzabili in logica. Invece, il problema più importante è (dal quale quello appena accennato discende, come ha mostrato Russell in “*On denotation*”) come tradurre in notazione logica alcuni enunciati problematici del linguaggio naturale. Serve quindi un sistema di codificazione, una serie di regole tipo quelle che consentono di stabilire se una formula è una FBF (formula ben formata). Ad esempio, a cosa far corrispondere “Casa”? A una costante individuale, a una variabile, a una formula (seguendo in questo caso la tesi di Frege che un nome è l’abbreviazione di una descrizione). Qui sta l’importanza del lavoro di Tarski, perché le sue regole (vd. Casalegno) consentono di costruire e trattare linguaggi formalizzati adeguati.

metalinguaggio tradotto in esso linguaggio-oggetto) conterrebbe un predicato di verità per sé stesso, cosa impossibile.

- 2) una definizione generale di verità è una chimera. Cercare una definizione generale di “a è vero in L” implicherebbe trovare una definizione valida anche per il metalinguaggio. La definizione di V è quindi una definizione per un L, ed avremo tante definizioni quanti L tratteremo.
- 3) stando a Tarski, il suo metodo per definire la verità non può essere applicato alle lingue naturali. Per Tarski, infatti, la caratteristica principale delle lingue naturali è la loro universalità, la qual cosa implica che non si può per esse ipotizzare un'altra lingua non traducibile. Proprio per questo nel linguaggio naturale si producono tantissimi paradossi, tipo quello del mentitore, che invece sono eliminabili in un linguaggio formale. Tarski dice cioè che (i) il linguaggio ordinario è universale e quindi incoerente; (ii) quindi la nozione di enunciato vero non può essere definita per esso in modo accettabile. Per Casalegno queste tesi sono discutibili:
  - l'enunciato (i) dice che un linguaggio ordinario è sempre incoerente; il che implica che il linguaggio ordinario vada considerato come governato da un insieme di assiomi, i quali non sono altro che tutte le esemplificazioni dello schema (\*) della Convenzione-V, comprese quelle che danno luogo ai paradossi. E questo è una conseguenza della pretesa del linguaggio ordinario di essere universale, ossia di voler esprimere tutto l'esprimibile. Tarski quindi intende il linguaggio ordinario come un sistema chiuso; invece, per Casalegno il linguaggio ordinario è universale nel senso che non è chiuso, ossia nel senso che può espandersi ed in queste estensioni comprendere ogni cosa esprimibile. Inoltre: è proprio necessario concepire il linguaggio ordinario come un sistema retto da assiomi, peraltro del tipo dello schema (\*)?
  - supponiamo che la tesi (i) sia giusta, e che quindi il linguaggio ordinario sia retto dallo schema (\*); anche in questo caso, affermare che tuttavia il metodo con cui si definisce la verità per i linguaggi formali non può essere utilizzato nel caso del linguaggio ordinario è un non sequitur. Infatti, accettare lo schema (\*) dal quale sorgono i paradossi vuol dire che in alcuni casi avrò degli enunciati in cui l'aggettivo “vero” non ha senso alcuno, è vuoto; la qual cosa non implica che sia impossibile in sede teorica elaborare per ampie porzioni di linguaggio ordinario (che non comprendono i paradossi) una nozione di verità rigorosa.

Tuttavia, sempre a proposito della distinzione fra linguaggio-oggetto e metalinguaggio, Casalegno fa notare che essa è necessaria solo se ciò che si vuole definire è la nozione *assoluta* di verità; se invece si è interessati alla nozione di verità in un modello (Montague), metalinguaggio e linguaggio-oggetto possono coincidere.

**LA NOZIONE DI “VERITA’ IN UN MODELLO”:** i logici oggi con “linguaggio” intendono un insieme di configurazioni di segni costruite in base a determinate regole e ripartite in varie categorie, delle quali una sarà quella degli “enunciati”. Quest’accezione sintattica di linguaggio differisce da quella usuale e finora usata per cui “linguaggio” è ogni linguaggio *interpretato*, cioè le cui espressioni sono provviste di significato (accezione semantica di linguaggio). In questo nuovo senso di linguaggio, specificare un modello per esso sarà un modo per interpretarlo, per conferire un significato alle sue espressioni. E poiché gli enunciati sono veri o falsi solo relativamente al loro significato, allora si parlerà in questo caso di verità o falsità degli enunciati di un linguaggio “relativamente ad un modello”, o “in un modello”.

Un modello per L è una coppia  $M=(A,I)$  con A e I che soddisfano le condizioni:

- 1) A è un insieme non vuoto (vale a dire, un insieme che contiene almeno un elemento).

- 2)  $I$  è una funzione tale che, per ogni costante non logica  $k$  di  $L$ , se  $k$  è una costante individuale,  $I(k)$  è un elemento di  $A$ , se  $k$  è una costante predicativa unaria di  $L$ ,  $I(k)$  è un sottoinsieme di  $A$ , se  $k$  è una costante predicativa binaria di  $L$ ,  $I(k)$  è una relazione binaria fra elementi di  $A$ , ecc. ecc.

Il senso intuitivo di  $A$  e  $I$  non è difficile da capire. L'insieme  $A$  (il dominio di  $M$ , come si usa dire) rappresenta un possibile universo di discorso: in altri termini, scegliere  $A$  è scegliere l'insieme di entità di cui si vuole parlare per mezzo di  $L$ . La scelta di  $I$  (la "funzione di interpretazione" di  $M$ ) consente poi di stabilire la denotazione delle costanti: se  $I$  associa alla costante individuale a un certo elemento  $x$ , vuole dire che  $a$  sarà usata come nome di  $x$ , se  $I$  associa alla costante predicativa unaria  $b$  l'insieme  $X$ , vuole dire che  $k$  sarà usata per denotare l'insieme  $X$  ecc.

Dati un linguaggio  $L$  e un modello  $M=(A,I)$  per  $L$ , la nozione di verità "in  $M$ " sarà costruita con un metodo analogo a quello precedentemente visto. Innanzitutto si introduce la nozione ausiliaria di soddisfacimento di una formula in  $M$  da parte di un'assegnazione, poi si caratterizzano gli enunciati veri in  $M$  come quelli che sono soddisfatti in  $M$  da tutte le assegnazioni. Ovviamente, tali assegnazioni non saranno arbitrarie, ma apparteranno tutte al dominio di  $M$ , perché, come abbiamo visto sopra, il dominio di  $M$  è l'intero universo di discorso. Una conseguenza di ciò è il fatto che un enunciato può essere vero in alcuni modelli di  $L$  e falso in altri.

Una motivazione che ha portato i logici a fondare la nozione di verità in un modello è che questa permette di spiegare meglio la nozione di "verità logica":

**Verità logica:** l'enunciato è logicamente vero se è vero in tutti i modelli. Esso resta cioè vero anche se le parole non logiche in esso contenute fossero soggette a reinterpretazione.

- 1) Aldo è zio -----  $Z(a)$   
 2) Dunque, qualcuno è nipote di Aldo -----  $\exists xN(x,a)$

Il ragionamento è chiaramente vero, ma non possiamo dire in senso stretto che è una conseguenza logica; è più che altro una conseguenza empirica. Se infatti guardiamo alla formalizzazione a destra, possiamo benissimo notare come le due espressioni siano indipendenti, tanto che in alcuni modelli una potrebbe benissimo essere vera e l'altra no.

**NOTA:** il metalinguaggio non è traducibile nel linguaggio-oggetto. E tuttavia la Convenzione-V esige che il linguaggio oggetto sia traducibile nel metalinguaggio. Ma è veramente possibile una cosa di questo tipo? Soprattutto dopo le analisi di Davidson sulla traducibilità di una lingua in un'altra (vd. schema concettuale)? E' forse questo un punto dolente della teoria di Davidson (visto che la sua critica all'idea di lingua intraducibile si fonda sulla teoria di Tarski)?